2. 비례식과 비례배분

[학습목표]

· 비례식, 비례배분을 설명할 수 있다.

· 비례식과 비례배분을 실생활의 문제 해결에 활용할 수 있다.

· 문제 해결을 통해 수학의 유용성을 인식할 수 있다.

비례식 알아보기

01 비례식이란?

(1) 비율이 같은 비 알아보기

가구		도면상의 길이(cm)	실제 길이(cm)
책상	가로	15	150
	세로	6	60

① 책상 가로의 도면상의 길이와 실제 길이의 비와 비율

[비] 15 : 150 → [비율] $\frac{15}{150}=\frac{1}{10}$

② 책상 세로의 도면상의 길이와 실제 길이의 비와 비율

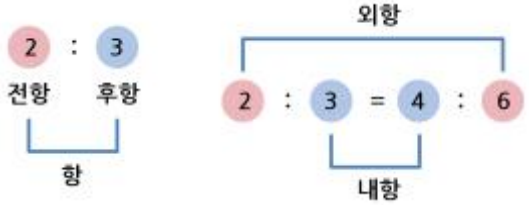
[비] 6 : 60 → [비율] $\frac{6}{60}=\frac{1}{10}$

(2) 비율이 같은 두 비를 등호를 사용하여 나타내기

[비례식] 15 : 150 = 6 : 60

02 쌓기 나무의 수를 정확하게 파악할 방법 알아보기

(1) 비율이 같은 두 비를 등호를 사용하여 나타내는 것을 비례식이라고 함



(2) 비 2 : 3에서 2와 3을 비의 항이라고 하고 기호 : 앞에 있는 2를 전항, 뒤에 있는 3을 후항이라고 함

(3) 2 : 3 = 4 : 6에서 바깥쪽에 있는 두 항 2와 6을 외항, 안쪽에 있는 두 항 3과 4를 내항이라고 함

예 비 3 : 8 → 전항 : 3, 후항 : 8
비례식 7 : 4 = 14 : 8
→ 외항 : 7, 8, 내항 : 4, 14

비의 성질을 알고, 간단한 자연수의 비로 나타내기

01 비의 성질(1)

· 자전거를 타고 1km를 가는데 3분이 걸렸습니다. 동일한 빠르기로 4km를 이동하려면 몇 분이 걸립니까?
답 : 12분

(1) 1 : 3 = 4 : 12 라고 할 수 있는가?

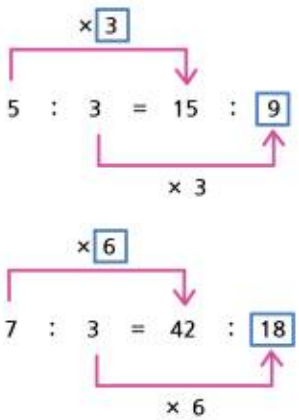
→ 1 : 3의 전항과 후항에 각각 4를 곱하면
1×4 : 3×4 → 4 : 12이고, 1 : 3의 비율은 $\frac{1}{3}$이고, 4 : 12의 비율도 $\frac{1}{3}$이므로
1 : 3 = 4 : 12라고 할 수 있다.

(2) 1 : 3의 전항과 후항에 각각 0을 곱하면 어떻게 되는가?

→ 0 : 0이 되므로 0을 곱할 수 없다.

⇨ 비의 전항과 후항에 0이 아닌 같은 수를 곱하여도 비율은 같다.

예



학습자료

02 비의 성질(2)

· 자전거를 타고 거리가 600m인 비탈길을 내려오는 데 120초가 걸렸습니다. 동일한 빠르기로 100m를 내려오려면 몇 초가 걸립니까?

→ 100m는 600m의 $\frac{1}{6}$이므로 120÷6=20초가 걸림

(1) 100 : 20은 600 : 120의 전항과 후항을 각각 6으로 나눈 것과 같다.

→ 두 비의 비율은 $\frac{100}{20}=\frac{600}{120}=5$로 동일하므로 600 : 120=100 : 20

(2) 어떤 수를 6으로 나누는 것은 $\frac{1}{6}$을 곱하는 것과 같다. 그러나 분모가 0인 분수는 없으므로 각 항을 0으로 나눌 수는 없다.

⇨ 비의 전항과 후항을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 비율은 같다.

예

18 : 12 = (18 ÷ 6) : (12 ÷ 6)

= 3 : 2

03 간단한 자연수의 비로 나타내기

(1) 소수의 비를 간단한 자연수의 비로 나타내기

· 0.4 : 0.3의 각 항에 동일한 수 10을 곱해도 비율은 같다. → 0.4×10 : 0.3×10 = 4 : 3

(2) 분수의 비를 간단한 자연수의 비로 나타내기

· $\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$의 각 항에 동일한 수 12를 곱해도 비율은 같다. → $\frac{1}{3}\times 12 : \frac{1}{4}\times 12$ = 4 : 3

(3) 간단한 자연수의 비로 나타내기

① 30 : 50의 각 항에 동일한 수 10을 나누어도 비율은 같다. → 30÷10 : 50÷10 = 3 : 5

② 0.7 : $\frac{1}{5}$의 각 항을 소수(0.7 : 0.2 = 7 : 2) 또는 분수($\frac{7}{10}:\frac{1}{5}=\frac{7}{10}\times 10 : \frac{1}{5}\times 10 = 7:2$)로 바꾸어 간단한 자연수의 비로 나타낼 수 있다.

③ 두 수의 비가 분수로 나타내어진 경우, 두 분모의 **최소공배수**를 곱하여 간단한 자연수의 비로 나타낼 수 있다.

④ 전항과 후항을 두 수의 **최대공약수**로 나누어 간단한 자연수의 비로 나타낼 수 있다.

비례식의 성질을 알고, 문제 해결하기

01 비례식의 성질

(1) 지도의 축척 = 지도상의 거리와 실제 거리의 비

· 축척이 1 : 50000인 지도는 지도상의 거리가 1cm인 경우 실제의 거리는 50000cm 즉, 0.5km이다.

(2) 지도상의 거리가 3cm인 거리는 비의 성질을 이용하여 실제 거리가 1.5km임을 알 수 있다.

· 1 : 50000 = 1×3 : 50000×3 = 3 : 150000

(3) 3 : 150000 = 1 : 50000와 같이, 실제 거리와 축척을 이용하여 비례식을 만들 수 있다.

(4) 비례식의 외항의 곱은 3×50000=150000이고, 내항의 곱은 150000×1=150000이다.

⇨ 비례식에서 외항의 곱과 내항의 곱은 같다.

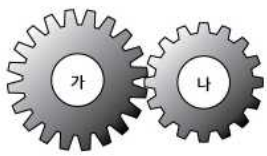
예 1 : 3 = 4 : 12의 외항의 곱(1×12=12)과 내항의 곱(3×4=12)이 같으므로 비례식이 성립함을 확인할 수 있다.

예 4 : 5 = 16 : □

→ 5×16=4×□, □ =80÷4=20

답 : 20

01 비례식을 이용하여 여러 가지 문제 해결하기



(1) 톱니바퀴 ㉮가 4번 도는 동안에 톱니바퀴 ㉯는 5번 돕니다. 톱니바퀴 ㉮가 56번 도는 동안 톱니바퀴 ㉯는 몇 번 돌겠습니까?

① 방법 1

4 : 5 = 56 : □

□ × 4 = 5 × 56

□ = 70, 따라서 70번

② 방법 2

4 : 5 = (4×14) : (5×14)

□ =70, 따라서 70번

(2) 소금 6kg을 얻으려면 바닷물 300L가 필요합니다. 소금 10kg을 얻으려면 바닷물 몇 L가 필요하겠습니까?

→ 6 : 10 = 300 : □

□ × 6 = 3000

□ = 500, 따라서 500L

학습자료

비례배분을 알고, 문제 해결하기

01 비례배분이란?

· 지수와 효정이는 조개 15개를 일정한 비로 나누어 가지려고 합니다. 어떻게 나누면 좋을지 알아봅시다.

(1) 비로 의미 알아보기

· 지수와 효정이가 조개를 1 : 2로 나누어 가진다면, 효정이는 지수의 두 배를 갖는 것이므로, 지수가 5개, 효정이가 10개 가질 수 있다.

(2) 분수로 의미 알아보기

· 지수와 효정이가 조개를 2 : 3으로 나누어 가질 때, 조개가 5개라면 각각 2개, 3개씩 갖는 것이므로, 조개 15개는 6개, 9개씩 나누어 가질 수 있다. 이 때 지수는 전체 15개 중의 6개이므로 $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$, 효정이는 $\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$만큼 나누어 갖은 것이다.

(3) 비례배분의 의미 알아보기

· 2 : 3의 비로 나누어 갖는 과정을 식으로 구하면, 지수는 $\frac{2}{2+3}=\frac{2}{5}$를, 효정이는 $\frac{3}{2+3}=\frac{3}{5}$을 가지게 된다.

⇨ 비례배분이란, 전체를 주어진 비로 배분하는 것이며, 비례배분을 할 때에는 주어진 비의 전항과 후항의 합을 분모로 하는 분수의 비로 고쳐 계산하면 편리함

예 지수와 효정이가 조개 35개를 3 : 4로 나누어 갖는다면, 지수는 조개 35개의 $\frac{3}{3+4}=\frac{3}{7}$을, 효정이는 $\frac{4}{3+4}=\frac{4}{7}$로, 각각 15개, 20개를 갖는다.

02 비례배분을 이용하여 여러 가지 문제 해결하기

· **지수는 조개를 10kg, 효정이는 12kg 캤습니다. 지수와 효정이가 캔 조개의 무게의 비에 따라 용돈 11000원을 나누어 갖는다면, 얼마씩 나눌 수 있습니까?**

→ 무게의 비 10 : 12를, 각 항을 2로 나누어 5 : 6으로 간단히 나타낸다.

→ 지수는 용돈의 $\frac{5}{5+6}=\frac{5}{11}$, 효정이는 용돈의 $\frac{6}{5+6}=\frac{6}{11}$씩 받을 수 있다.

→ 지수는 $11000\times\frac{5}{11}$=5000원, 효정이는 $11000\times\frac{6}{11}$=6000원을 받는다.

학습자료

2. 비례식과 비례배분

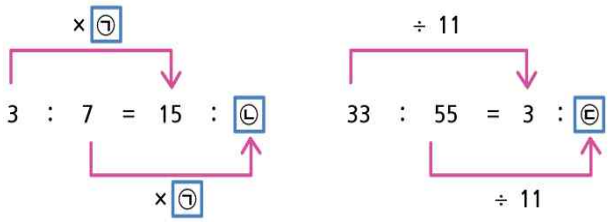
확인 테스트

1. 비율이 같은 두 비를 등호를 사용하여 나타낸 식을 ( )(이)라고 한다.

2. 비율이 같은 비를 찾아 비례식으로 나타내어 보시오.

20 : 10	3 : 5	12 : 6	15 : 18

3. 다음 ㉠, ㉡, ㉢에 들어갈 알맞은 수는?



이것만은 꼭!

1. **비례식 :** 비율이 같은 두 비를 등호를 사용하여 나타내는 것

2. **항, 전항, 후항, 외항, 내항 :** 비 2 : 3에서 2와 3을 항이라고 하고 기호 : 앞에 있는 2를 전항, 뒤에 있는 3을 후항이라 함. 비례식 2 : 3 = 4: 6에서 바깥쪽에 있는 두 항 2와 6을 외항, 안쪽에 있는 두 항 3과 4를 내항이라 함

3. **비의 성질(1) :** 비의 전항과 후항에 0이 아닌 같은 수를 곱하여도 비율은 같음

4. **비의 성질(2) :** 비의 전항과 후항을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 비율은 같음

5. **비례식의 성질 :** 비례식에서 외항의 곱과 내항의 곱은 같음

6. **비례배분 :** 전체를 주어진 비로 배분하는 것.
비례배분을 할 때에는 주어진 비의 전항과 후항의 합을 분모로 하는 분수의 비로 고쳐 계산할 수 있음

[정답] 1. 비례식
2. 20 : 10 = 12 : 6
$20 : 10 - \frac{20}{10} = 2$
$3 : 5 - \frac{3}{5}$
$12 : 6 - \frac{12}{6} = 2$
$15 : 18 - \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$이므로
비율이 같은 비는 20 : 10 와 12 : 6이다.
3. ㉠ : 5, ㉡ : 35, ㉢ : 5